音楽心理学研究における異なる音律の利用について
――ピタゴラス音律、中全音律、平均律――

On utilization of different temperament in the studies on psychology of music
Pythagorean, mean-tone and equal temperament

菅　　千　索
Sensaku SUGA
(心理学教室)

2010年11月2日受理

1．はじめに

鑑賞行動に関する音楽心理学の研究においては、被験者に対して音楽を音響的に提示して、生理学的反応や言語的反応などを記録することがよく行われている。本論で問題にしたいのは、その際の音響刺激がどのような音律に基づいて作成されているのかについてである。実演ならびにレコードやCDなどからの引用を除いて、1980年代以降はMIDI規格に準拠する制御系と音源系の普及により、コンピューターを含む電子楽器が刺激作成で広く利用されるようになった。このMIDIの基本的な規格はGeneral MIDI(GM)として制定されているが、そこで採用されているのは12等分平均律であるため、MIDIを使用した先行研究の多くは平均律によるものと考えてよいであろう。ただし、各音源メーカーが独自に開発・追加した機能を呼び出すためのシステム・エクスクルーシブのなかに、スケール・チューニングというMIDIメッセージがあれば、平均律以外の音律で発音させることも可能である。

平均律の理論は16世紀の後半には確立されていたが、世間一般に広まったのはピアノなどの鍵盤楽器が量産されるようになった後期ロマン派の終わりごろ、年代でいえば1885年あたり以降だと考えられている。それゆえグレゴリオ聖歌から後期ロマン派に至る西洋古典音楽について心理学的に研究しようとするとき、何の議論もなしに平均律で済ませると、研究上の妥当性が低くなってしまうケースも考えられる。たとえば、グレゴリオ聖歌はピタゴラス音律に準拠していたし、J. S. バッハの平均律クラヴィーア曲集は、正確には「適切(不等分)律」とでも訳すべきウェル・テンペラメントによるものである。またモーツアルトは中全音律において構成可能な調性を、鍵盤楽器のための作品においてよく利用したといわれていることなどからも、こうした時代の音楽を扱うときは、音律に関する議論は避けて通れないことになる。

そこで本論では、音律のなかでも5度あるいはその代替近似音程を積み重ねるという操作の反復によって成立している、ピタゴラス音律、中全音律、平均律に絞って、それらの成り立ちと特徴を整理し、さらに刺激作成に必要な周波数データを示すことを目的としている。純正律とウェル・テンペラメントも重要な音律であるが、ここでは紙面の都合で扱わないことにする(別稿で述べる予定である)。

本論では音律(temperament)、音階(scale)、旋法(mode)という音楽用語を使用するが、これらの違いについて念のため触れておく。音律は一定の音程(通常は1オクターブ)のあいだに離散的な音高(周波数)をもつ複数の音を配置するための数学的な「規則」であり、すでに名を挙げた5つの音律はとりわけ重要である。そして音階とは、音律によって定められた離散音のなかから実際にどの音を取り出して使うかを指すもので、5音音階(いわゆる「ヨナ抜き」)や7音音階(全音階)、12音音階(半音階)などがある。さらに旋法はどの音を主音とするか、どの音域を使うか、全音と半音の位置関係がどうなっているか、また上昇系か下降系かなどを定めるもので、日本音楽(俗楽)での陽旋法(田舎節)や陰旋法(都節)、現代でいえば長旋法や短旋法などがあり、さらに後者は自然、旋律的、和声的に分けられる。ただし、古代ギリシャ旋法や教会旋法においては、さらには今日においても、音階と旋法の関係は曖昧であり、たとえばハ長調とは全音階でハ音(C音)を主音とする長旋法のことなのである。なお、本論では増減音程には一切触れていないため、1．4．5．8度については「完全」の前置を省略している。また、音名はすべて英語表記で統一されている。

2-1．古典ピタゴラス音律

基準音から上へ順に5度(3/2)を何回か重ね、それを何オクターブ(1/2)か必要なだけ下げて、1オクターブ内に収めることによって定められるものを、ここでは古典ピタゴラス音律とよぶ。すなわち、周波数の決定に使用されるのは、5度とオクターブという2つの音程(周波数比では3：2と2：1)だけであり、x, yを0または正の整数とすれば、基準音との周波数比は$r=(3/2)^x\times(1/2)^y$で表される。このような操作

をA音が440Hzとなるように基準音（C音）を決定することで求めたものがTable 1である。ただし、ピタゴラスたちは最初の7音（C–G–D–A–E–B–F#）で5度を重ねる操作を打ち切り、Figure 1で示した形となって、古代ギリシャ旋法におけるリディア調（C'–B–A–G–F#–E–D–C）とよばれていた（教会旋法のリディア調とは異なることに注意）。これは古代ギリシャにおいてもっとも忌避された音律の1つだと伝えられており、私たち現代人にとっても受け入れ難いものである。ちなみに、これらの7音からはG音を主音とするト長調が容易に導かれるが、当時としては基準音としたC音に最後まで拘った結果だと考えられる。

Table 1　古典ピタゴラス音律の計算表（第8音以降は参考）

opration	note	*x*	*y*	ratio	freq.	cent
↓＊(3/2)	B#	12	6	2.0273	528.60	1223.460
↓＊(3/2)	E#	11	6	1.3515	352.40	521.505
↓＊(3/2)	A#	10	5	1.8020	469.86	1019.550
↓＊(3/2)	D#	9	5	1.2014	313.24	317.595
↓＊(3/2)	G#	8	4	1.6018	417.66	815.640
↓＊(3/2)	C#	7	4	1.0679	278.44	113.685
↓＊(3/2)	F#	6	3	1.4238	371.25	611.730
↓＊(3/2)	B	5	2	1.8984	495.00	1109.775
↓＊(3/2)	E	4	2	1.2656	330.00	407.820
↓＊(3/2)	A	3	1	1.6875	440.00	905.865
↓＊(3/2)	D	2	1	1.1250	293.33	203.910
↓＊(3/2)	G	1	0	1.5000	391.11	701.955
→＊1.000	C	0	0	1.0000	260.74	0.000

注：ratio = (3/2)^*x* ＊ (1/2)^*y*

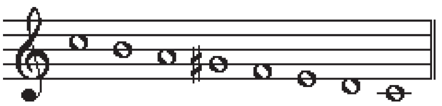

Figure 1　リディア調（古代ギリシャ旋法）

リディア調の好悪問題は別にして、古典ピタゴラス音律に潜む諸問題は、少なくともピタゴラスだちが生きた時代には、なんら問題にはならなかった。まず、後世において最大の難点とされた3度系和音の響きの悪さ（不協和性）についてであるが、当時はポリフォニーの誕生からは1500年以上も前にあたるモノフォニーの世界であり、後世でいう和声学的な発想はまったく必要なかったのである。またF音が近似的にしか得られないという問題も（F≒E#）、属音や下属音といった概念がなかったその時代には、議論すべき必然は特になかった。また5度を12回重ねて6オクターブ下げても、基準音の1オクターブ上の音よりも少し（23.460セント）高くなるという事実についても（「ピタゴラスのコンマ」問題）、オクターブ関係にある音群に同じ音名あるいは階名を付与するというのは10～11世紀以降のことであって、当時としては特に注目すべき不具合ではなかったのである。これは古代ギリシャ旋法が、4度を2つの全音と1つの半音で3分割することによって出来る3種類のテトラコルドを全音を挟んで2つ結合（disjunction）させることで構成していたこととも関連が深く、当時は1オクターブ内における音の配置にすべての関心が寄せられていたと考えてよい。したがって、ピタゴラス学派は音律の問題に対して、彼らが生きた時代においては何ら矛盾がない数学的な解を与えることに成功していたことになる。

こうした操作によって出来るピタゴラス音律の特徴であるが、和声的にみると、当然、5度は純正（3/2）であるが、4度はF音の近似値をE#音とした場合にはピタゴラスのコンマ分だけ純正よりも高くなり（＋23.460セント）、それ以外は純正（4/3）である。一方、長3度は81/64、短3度は32/27、長6度は27/16、短6度は6561/4096であり、それぞれの純正である5/4、6/5、5/3、8/5からのずれは＋21.51セント、–21.51セント、＋21.51セント、＋1.95セントとなり、短6度以外は響きが悪い（この21.51セントの差のことをシントニック・コンマまたはディデュモスのコンマという）。ちなみに全音（長2度）は9/8で純正律の大全音と等しく、全音階的半音（短2度）は256/243である。なお、ここには半音階的半音が含まれていないため、音名における異名音は存在しない。

こうした3度系の不協和性のほか、さらに後世において音楽的に問題になるのは、下属音とよばれる5度下の1オクターブ上（1オクターブ上の5度下）に来なくてはならないF音が、ここでの操作からは直接得られない点である。すでに述べた通りF音とC'音の近似音は、E#音とB#音として純正よりもピタゴラスのコンマだけ高めに与えられる。後者は単純に基準音から1オクターブ上の音で置き換えも可能であるが、とりわけ前者については何らかの工夫が必要となる（後述）。なお、ピタゴラスと同じ紀元前6世紀ごろの中国では、三分損益法とよばれる調律法が確立されているが、これがピタゴラス音律と等価である点は大変興味深い。ピタゴラスたちは弦を使ったのに対して中国では管であったが、三分損一では管の長さを3等分し、その1つ分を縮めれば（損一）、管長は2/3になるため音高は3/2すなわち5度上げることになる。また三分益一では管長を逆に1/3伸ばして（益一）4/3にし、音高を3/4すなわち4度下げることになる（1オクターブ下の音を5度上げることと等価）。これらを交互に繰り返すことで5声や7声、さらには12律を導く方法であり、ピタゴラス音律と実質的には同じ計算法だといえる。ただし、弦の場合は弦長と音高がかなり正確に反比例するが、管の場合は終端部における空気振動の乱れたために反比例の精度が悪くなる傾向にあり、管の代わりに弦が後世の中国でも使われるようになったと伝えられている。

2-2．修正ピタゴラス音律

５度を上に重ねることで４度が出来ないのであれば、基準音の５度下の計算を始めようというのが修正ピタゴラス音律である（Table２）。いうまでもなく５度下の１オクターブ上は４度であるから、これは最初に４度（F音）を決めてしまうことに他ならない。そうして得られる最初の７音（F-C-G-D-A-E-B）を、基準音（C音）や計算開始音（F音）には一切拘束されずに、オクターブの上下移動を許してE音を終始音とすると（E’-D-C-B-A-G-F-E）、それは全音-全音-半音型のテトラコルドが全音を隔てて結合したものであり、古代ギリシャ旋法ではドリア調とよばれていた（Figure２）。これは教会旋法ではフリギア調と呼ばれているもので、グレゴリオ聖歌における音律の礎となったことからも明らかなように、現代においても旋律的に大変優れた音律である。古典ピタゴラス音律が理論的には興味深いが非実用的だったのに対して、数学的にも音楽的にも大変洗練された音律が誕生したのである。現在、ピタゴラス音律が７音音階（全音階）として扱われるときは、この修正ピタゴラス音律で示されるのが一般的であり、そこではC音を主音とした上昇系で表示されている。その特徴はすべての４度が純正になったことを除いて、基本的には古典ピタゴラス音律と異なる点はない。

Table 2　修正ピタゴラス音律の計算表（第８音以降は参考）

opration	note	x	y	ratio	freq.	cent
↓*(3/2)	E♯	12	6	2.0273	528.60	1223.460
↓*(3/2)	A♯	11	6	1.3515	352.40	521.505
↓*(3/2)	D♯	10	5	1.8020	469.86	1019.550
↓*(3/2)	G♯	9	5	1.2014	313.24	317.595
↓*(3/2)	C♯	8	4	1.6018	417.66	815.640
↓*(3/2)	F♯	7	4	1.0679	278.44	113.685
↓*(3/2)	B	6	3	1.4238	371.25	611.730
↓*(3/2)	E	5	2	1.8984	495.00	1109.775
↓*(3/2)	A	4	2	1.2656	330.00	407.820
↓*(3/2)	D	3	1	1.6875	440.00	905.865
↓*(3/2)	G	2	1	1.1250	293.33	203.910
↓*(3/2)	C	1	0	1.5000	391.11	701.955
→*1.000	F	0	0	1.0000	260.74	0.000

注：ratio = (3/2)^*x* * (1/2)^*y*

Figure 2　ドリア調（教会旋法）

2-3．拡張ピタゴラス音律

古代ギリシャ以降、ローマ教会へと引き継がれていった音律の問題は、少なくともモノフォニーという狭い世界に閉じこもり、かつ連続的な音高の変化が可能な声楽による旋律的音楽が中心であった時代には（代表的な例がグレゴリオ聖歌）、３度系の不協和に関する修正ピタゴラス音律の欠点について議論する必要は特になかった。一方、声楽に加えて器楽が教会で使われるようになって以降、とりわけオルガンが12鍵盤になる13～14世紀ごろには、改めて音律について考え直すことが必要となった。そこで注目されたのがピタゴラス音律であったが、それ以外には理論的あるいは数学的な枠組みが確立された音律がなかったという事情があった。

４度問題は修正ピタゴラス音列で解決済みであったから、つぎに注目されたのがピタゴラスのコンマに関してであった。これは$(3/2)^{12} \times (1/2)^{6} > 2$となるという問題であるから、５度を12回重ねるときに、どこか１回に限って５度よりもピタゴラスのコンマだけ狭くしようというのである。すなわち$\{(3/2)^{11} \times c\} \times (1/2)^{6} = 2$を満たす$c$（＝1.480）を１回だけ３/２（＝1.500）の代わりに使えばよい。ピタゴラスのコンマを解消するためだけであればどこを置き換えてもよいが、習慣的には第９音から第10音を求めるとき、すなわち古典ピタゴラス音律でいえばG#とD#のあいだに挿入され、それ以降の周波数および音名が変化する（Table３）。この操作は第10～12音を基準音を１オクターブ上げたC’音から、５度を下に重ねることに他ならないため、C音を計算開始音としながらも、純正な４度となるF音が得られるのである。

その結果として、全音階であった古典および修正ピタゴラス音律に対して、すべての全音のあいだに半音階的半音が１音ずつ割り当てられることになり、これは半音階に拡張されたピタゴラス音律とみなすことが出来る（以下、これを「拡張ピタゴラス音律」とよぶ）。本論文では５度を上に重ねることで得られる半音階的半音には#を、下に重ねたときには♭をつけるという規則に従っているが、ここではそのどちらか一方だけしか存在していないため、全音のあいだに異名音となる２音は存在していない。これは構造的な制約がある鍵

Table 3　拡張ピタゴラス音律の計算表

opration	note	x	y	ratio	freq.	cent
↓*(3/2)	C'	***12***	6	2.0000	521.48	1200.000
↓*(3/2)	F	***11***	6	1.3333	347.65	498.045
↓*(3/2)	B♭	***10***	5	1.7778	463.54	996.090
↓****1.480***	E♭	***9***	5	1.1852	309.03	294.135
↓*(3/2)	G♯	8	4	1.6018	417.66	815.640
↓*(3/2)	C♯	7	4	1.0679	278.44	113.685
↓*(3/2)	F♯	6	3	1.4238	371.25	611.730
↓*(3/2)	B	5	2	1.8984	495.00	1109.775
↓*(3/2)	E	4	2	1.2656	330.00	407.820
↓*(3/2)	A	3	1	1.6875	440.00	905.865
↓*(3/2)	D	2	1	1.1250	293.33	203.910
↓*(3/2)	G	1	0	1.5000	391.11	701.955
→*1.000	C	0	0	1.0000	260.74	0.000

注：1.480 → 1.47981055281772

盤楽器を前提とした拡張であり、半音階的半音は一義的に決定されるのである(ピタゴラス音律が異名異音であるというのは、つぎに示す完全ピタゴラス音律に限って当てはまる)。現在、ピタゴラス音律が12音音階(半音階)として扱われるときは、この拡張ピタゴラス音律を指すのが普通である。

修正ピタゴラス音律の７音に関しては、すべての４度および５度は純正であったが、ここでは１回だけ５度よりも狭い音程を使った結果、B♭－D#における４度はピタゴラスのコンマだけ純正よりも広く、またG#－E♭における５度は同じだけ狭くなっている。したがって、音程が異なる２種類の４度および５度が存在することになるため、鍵盤楽器においてすべての調性を同等に扱うことは、純正律ほどではないにせよ困難となっている。

2-4．完全なピタゴラス音律

歴史的にみて、実用的な側面でのピタゴラス音律に関する議論は、鍵盤楽器を前提としている限り、拡張ピタゴラス音律までだったと考えられる。しかし、他の音律との関係を検討する際や、さらには旋律や和声に関する音楽心理学研究を深めていくためには、拡張ピタゴラス音律では現れなかった音名を含む完全なピタゴラス音律を求めておくことは意義深いといえる。実際、音高が自由にコントロール出来る声楽や弦楽においては、意識的に行われているかは別にして、ここで追加される音高が使用されている可能性は高いと考えられる。そこで２：１と３：２だけから音律を構成するというピタゴラス学派の原点に立ち戻って、基準音から上へ５度を重ねることと、下へ５度を重ねることを、ダブル・シャープ(重嬰)おおよびダブル・フラット(重変)まで求めたものがTable４、それを音高順

Table 4　完全なピタゴラス音律の計算表

opration	note	x	y	ratio	freq.	cent
↓＊(3/2)	B×	19	11	1.0824	282.24	137.145
↓＊(3/2)	E×	18	10	1.4433	376.32	635.190
↓＊(3/2)	A×	17	9	1.9243	501.75	1133.235
↓＊(3/2)	D×	16	9	1.2829	334.50	431.280
↓＊(3/2)	G×	15	8	1.7105	446.00	929.325
↓＊(3/2)	C×	14	8	1.1403	297.34	227.370
↓＊(3/2)	F×	13	7	1.5205	396.45	725.415
↓＊(3/2)	B#	12	7	1.0136	264.30	23.460
↓＊(3/2)	E#	11	6	1.3515	352.40	521.505
↓＊(3/2)	A#	10	5	1.8020	469.86	1019.550
↓＊(3/2)	D#	9	5	1.2014	313.24	317.595
↓＊(3/2)	G#	8	4	1.6018	417.66	815.640
↓＊(3/2)	C#	7	4	1.0679	278.44	113.685
↓＊(3/2)	F#	6	3	1.4238	371.25	611.730
↓＊(3/2)	B	5	2	1.8984	495.00	1109.775
↓＊(3/2)	E	4	2	1.2656	330.00	407.820
↓＊(3/2)	A	3	1	1.6875	440.00	905.865
↓＊(3/2)	D	2	1	1.1250	293.33	203.910
↓＊(3/2)	G	1	0	1.5000	391.11	701.955
→＊1.000	C	0	0	1.0000	260.74	0.000
↑＊(2/3)	F	−1	−1	1.3333	347.65	498.045
↑＊(2/3)	B♭	−2	−2	1.7778	463.54	996.090
↑＊(2/3)	E♭	−3	−2	1.1852	309.03	294.135
↑＊(2/3)	A♭	−4	−3	1.5802	412.03	792.180
↑＊(2/3)	D♭	−5	−3	1.0535	274.69	90.225
↑＊(2/3)	G♭	−6	−4	1.4047	366.25	588.270
↑＊(2/3)	C♭	−7	−5	1.8729	488.34	1086.315
↑＊(2/3)	F♭	−8	−5	1.2486	325.56	384.360
↑＊(2/3)	B𝄫	−9	−6	1.6648	434.08	882.405
↑＊(2/3)	E𝄫	−10	−6	1.1099	289.39	180.450
↑＊(2/3)	A𝄫	−11	−7	1.4798	385.85	678.495
↑＊(2/3)	D𝄫	−12	−8	1.9731	514.46	1176.540
↑＊(2/3)	G𝄫	−13	−8	1.3154	342.98	474.585
↑＊(2/3)	C𝄫	−14	−9	1.7538	457.30	972.630
↑＊(2/3)	F𝄫	−15	−9	1.1692	304.87	270.675

Table 5　完全なピタゴラス音律表

opration	note	x	y	ratio	freq.	cent
35	D𝄫	−12	−8	1.9731	514.46	1176.540
34	A×	17	9	1.9243	501.75	1133.235
33	B	5	2	1.8984	495.00	1109.775
32	C♭	−7	−5	1.8729	488.34	1086.315
31	A#	10	5	1.8020	469.86	1019.550
30	B♭	−2	−2	1.7778	463.54	996.090
29	C𝄫	−14	−9	1.7538	457.30	972.630
28	G×	15	8	1.7105	446.00	929.325
27	A	3	1	1.6875	440.00	905.865
26	B𝄫	−9	−6	1.6648	434.08	882.405
25	G#	8	4	1.6018	417.66	815.640
24	A♭	−4	−3	1.5802	412.03	792.180
23	F×	13	7	1.5205	396.45	725.415
22	G	1	0	1.5000	391.11	701.955
21	A𝄫	−11	−7	1.4798	385.85	678.495
20	E×	18	10	1.4433	376.32	635.190
19	F#	6	3	1.4238	371.25	611.730
18	G♭	−6	−4	1.4047	366.25	588.270
17	E#	11	6	1.3515	352.40	521.505
16	F	−1	−1	1.3333	347.65	498.045
15	G𝄫	−13	−8	1.3154	342.98	474.585
14	D×	16	9	1.2829	334.50	431.280
13	E	4	2	1.2656	330.00	407.820
12	F♭	−8	−5	1.2486	325.56	384.360
11	D#	9	5	1.2014	313.24	317.595
10	E♭	−3	−2	1.1852	309.03	294.135
9	F𝄫	−15	−9	1.1692	304.87	270.675
8	C×	14	8	1.1403	297.34	227.370
7	D	2	1	1.1250	293.33	203.910
6	E𝄫	−10	−6	1.1099	289.39	180.450
5	B×	19	11	1.0824	282.24	137.145
4	C#	7	4	1.0679	278.44	113.685
3	D♭	−5	−3	1.0535	274.69	90.225
2	B#	12	7	1.0136	264.30	23.460
1	C	0	0	1.0000	260.74	0.000

に並べ替えてものがTable 5である。ここでは全音は9/8(=203.910セント)、全音階的半音は256/243(=90.225セント)、半音階的半音(臨時記号)2187/2048(=113.685=203.910−90.225セント)である。なお、半音階的半音は長3度と短3度の差として定められるが、全音が1種類しかないときは全音と全音階的半音の差と等しくなる。

全体としての特徴は、長短3度と長6度の響きが悪いため和声的ではないが、旋律的には大変優れており、バイオリンなどの弦楽器で旋律を「歌わせる」ときによく現れる。調性によって各音の音高は変化せず、かつ音階の音程関係も変化しないため、移調してもキーとなるピッチが上下するだけである。一方、異名異音であるため、音高が事前に固定される鍵盤楽器などでは、何らかの工夫が必要となる。

3-1. 中全音律

音楽文化のなかでポリフォニーが普及し、和声法についての認識が広まるにつれて、3度系の不協和問題はピタゴラス音律の致命的な欠陥となってきた。この不具合の解決策の代表格は純正律であったが、そこでは最初から長3度を5/4と定めてしまうという方略がとられた結果、2種類の全音すなわち大全音と小全音が必要となった。逆にいえば、大全音(ピタゴラス音律の全音と等しい)を2つ重ねるとシントニック・コンマだけ響きが純正よりも悪くなるので、片方をシントニック・コンマ狭い小全音とせねばならなかったのである。この純正律では、和声的には大変よくなった代償として、音階の扱いが非常に複雑となり、とりわけ鍵盤楽器における移調や転調は大変難しい課題となった。そこでピタゴラス音律の原理を大きく変更しないで3度系の響きを改善しようと試みられたものが中全音律(ミーン・トーンともいう)である。

ピタゴラス音律では5度を上に4回重ねると長3度(C−E)が得られるが、そのままでは$(3/2)^4 \times (1/2)^2 > 5/4$となってしまうため、3/2の代わりに$m^4 \times (1/2)2 = 5/4$を満たすような$m$(=$5^{1/4}$=1.495)によって、すべての3/2を置き換える。これは長3度が純正となるように、シントニック・コンマの1/4(=5.377セント)ずつを4つの5度に割り振ったと考えれば分かりやすい。4度と5度は、協和理論上は1度と8度についで重要であるが、2つの音で和音を作る際の音程としては広すぎるため、4度と5度の響きを多少は犠牲にしても、よく使われる3度系の和音を純正化することの方が、音楽的には望ましい方策だとともいえる。ここで出来る全音は5/4を等比で2等分したもの、すなわち5/4の平方根(=193.157セント)であり、これは大全音と小全音とのあいだの幾何平均となっていることが、中全音律あるいはミーン・トーンという名称の由来である。

さてTable 1で示した古典ピタゴラス音律の計算表のなかの3/2をすべて1.495に置き換えて計算し直したものがTable 6である。そして古典ピタゴラス音律と同じ問題を修正するために、$\{[5^{1/4}]^{11} \times g\} \times (1/2)^6 = 2$を満たすg(=1.531)を、1.495に代わって第9音(G#)へ掛けたものがTable 7であり、これが通常は中全音律とされているものである。当然、長3度は純正であるが、短3度(−5.377セント)、4度(+5.377セント)、5度(−5.377セント)、長6度(−5.377セント)は、それぞれシントニック・コンマの±1/4だけ純正から逸脱していることになる。このとき短6度は純正からの逸脱が+41.059とかなり大きいが、これによって生じる不協和な響きはウルフ(狼音)とよばれている。

一方、修正ピタゴラス音律と同様、1回だけ異なる音程を重ねたことにより、同じ音程名でありながら実際には異なる音程が混在することになり、鍵盤楽器における移調や転調が大変困難となる。ただし、この段階ではまだ異名に相当する音は定められていない。

Table 6　修正前の中全音律の計算表

opration	note	*x*	*y*	ratio	freq.	cent
↓*1.495	B♯	12	6	1.9531	514.03	1158.941
↓*1.495	E♯	11	6	1.3061	343.75	462.363
↓*1.495	A♯	10	5	1.7469	459.76	965.784
↓*1.495	D♯	9	5	1.1682	307.46	269.206
↓*1.495	G♯	8	4	1.5625	411.22	772.627
↓*1.495	C♯	7	4	1.0449	275.00	76.049
↓*1.495	F♯	6	3	1.3975	367.81	579.471
↓*1.495	B	5	2	1.8692	491.93	1082.892
↓*1.495	E	4	2	1.2500	328.98	386.314
↓*1.495	A	3	1	1.6719	440.00	889.735
↓*1.495	D	2	1	1.1180	294.25	193.157
↓*1.495	G	1	0	1.4953	393.55	696.578
→*1.000	C	0	0	1.0000	263.18	0.000

注：1.495 → 1.49534878122122； ratio = (1.495...)^x * (1/2)^y

Table 7　修正後の中全音律の計算表

opration	note	*x*	*y*	ratio	freq.	cent
↓*1.495	C'	***12***	6	2.0000	526.36	1200.000
↓*1.495	F	***11***	6	1.3375	352.00	503.422
↓*1.495	B♭	***10***	5	1.7889	470.79	1006.843
↓****1.531***	E♭	***9***	5	1.1963	314.84	310.265
↓*1.495	G♯	8	4	1.5625	411.22	772.627
↓*1.495	C♯	7	4	1.0449	275.00	76.049
↓*1.495	F♯	6	3	1.3975	367.81	579.471
↓*1.495	B	5	2	1.8692	491.93	1082.892
↓*1.495	E	4	2	1.2500	328.98	386.314
↓*1.495	A	3	1	1.6719	440.00	889.735
↓*1.495	D	2	1	1.1180	294.25	193.157
↓*1.495	G	1	0	1.4953	393.55	696.578
→*1.000	C	0	0	1.0000	263.18	0.000

注：1.531 → 1.53123715197053

3-2：完全な中全音律

完全なピタゴラス音律の場合と同様に、ここでは５度（＝1.500）の代わりに1.495を用いて、この音程を基準音の上下に重ねて得られる完全な中全音律をTable ８に、それを音高順に並び替えたものをTable９に示す。この音律では全音（中全音）が193.175セント、全音階的半音が117.108セント、半音階的半音（臨時記号）が76.049セントとなる。

全体的な特徴としては、長３度と短６度は純正であるが、短３度、４度、５度、長６度ではシントニック・コンマの±１/４（＝5.377セント）に相当するビートが発生する。特に４度と５度での純正からの逸脱をどれだけ問題視するかによって、この音律に対する評価は異なってくるであろう。調性によって音高や音程構造が変化しないというのは、ピタゴラス音律と共通する特徴である。一方、ピタゴラス音律においては、異名異音となる２つの音（たとえばC-D♭-C#-DにおけるD♭-C#）の音程差はピタゴラスのコンマ（＝23.460セント）であったが、それが中全音律では（たとえばC-C#-D♭-DにおけるC#-D♭）は41.059（＝117.108－76.049）セントと２倍近くになる。拡張ピタゴラス音律では、本来ならば異名異音として全音のあいだに２音を割り振るべきところを、シャープかフラットのいずれか一方だけを定めていたのは、鍵盤楽器を念頭において２音を１つの鍵盤で代用させるという意味が含まれていた。ピタゴラス音律では鍵盤代用したことによる偏差は23.460であったが、中全音律では代用不可となるような大きな偏差になっているため、鍵盤楽器にとっては、より困難な音律だといえる。

４．平均律

ピタゴラス音律では５度を上へ12回重ねて６オクタ

Table 8　完全な中全音律の計算表

opration	note	x	y	ratio	freq.	cent
↓*1.495	B×	19	11	1.0204	268.55	34.990
↓*1.495	E×	18	10	1.3648	359.19	538.412
↓*1.495	A×	17	9	1.8254	480.41	1041.833
↓*1.495	D×	16	9	1.2207	321.27	345.255
↓*1.495	G×	15	8	1.6327	429.69	848.676
↓*1.495	C×	14	8	1.0918	287.35	152.098
↓*1.495	F×	13	7	1.4603	384.32	655.520
↓*1.495	B♯	12	6	1.9531	514.03	1158.941
↓*1.495	E♯	11	6	1.3061	343.75	462.363
↓*1.495	A♯	10	5	1.7469	459.76	965.784
↓*1.495	D♯	9	5	1.1682	307.46	269.206
↓*1.495	G♯	8	4	1.5625	411.22	772.627
↓*1.495	C♯	7	4	1.0449	275.00	76.049
↓*1.495	F♯	6	3	1.3975	367.81	579.471
↓*1.495	B	5	2	1.8692	491.93	1082.892
↓*1.495	E	4	2	1.2500	328.98	386.314
↓*1.495	A	3	1	1.6719	440.00	889.735
↓*1.495	D	2	1	1.1180	294.25	193.157
↓*1.495	G	1	0	1.4953	393.55	696.578
→*1.000	C	0	0	1.0000	263.18	0.000
↑/1.495	F	−1	−1	1.3375	352.00	503.422
↑/1.495	B♭	−2	−2	1.7889	470.79	1006.843
↑/1.495	E♭	−3	−2	1.1963	314.84	310.265
↑/1.495	A♭	−4	−3	1.6000	421.09	813.686
↑/1.495	D♭	−5	−3	1.0700	281.60	117.108
↑/1.495	G♭	−6	−4	1.4311	376.63	620.529
↑/1.495	C♭	−7	−5	1.9140	503.74	1123.951
↑/1.495	F♭	−8	−5	1.2800	336.87	427.373
↑/1.495	B♭♭	−9	−6	1.7120	450.56	930.794
↑/1.495	E♭♭	−10	−6	1.1449	301.31	234.216
↑/1.495	A♭♭	−11	−7	1.5312	402.99	737.637
↑/1.495	D♭♭	−12	−7	1.0240	269.50	41.059
↑/1.495	G♭♭	−13	−8	1.3696	360.45	544.480
↑/1.495	C♭♭	−14	−9	1.8318	482.09	1047.902
↑/1.495	F♭♭	−15	−9	1.2250	322.39	351.324

Table 9　完全な中全音律表

ID	note	x	y	ratio	freq.	cent
35	B♯	12	6	1.9531	514.03	1158.941
34	C♭	−7	−5	1.9140	503.74	1123.951
33	B	5	2	1.8692	491.93	1082.892
32	C♭♭	−14	−9	1.8318	482.09	1047.902
31	A×	17	9	1.8254	480.41	1041.833
30	B♭	−2	−2	1.7889	470.79	1006.843
29	A♯	10	5	1.7469	459.76	965.784
28	B♭♭	−9	−6	1.7120	450.56	930.794
27	A	3	1	1.6719	440.00	889.735
26	G×	15	8	1.6327	429.69	848.676
25	A♭	−4	−3	1.6000	421.09	813.686
24	G♯	8	4	1.5625	411.22	772.627
23	A♭♭	−11	−7	1.5312	402.99	737.637
22	G	1	0	1.4953	393.55	696.578
21	F×	13	7	1.4603	384.32	655.520
20	G♭	−6	−4	1.4311	376.63	620.529
19	F♯	6	3	1.3975	367.81	579.471
18	G♭♭	−13	−8	1.3696	360.45	544.480
17	E×	18	10	1.3648	359.19	538.412
16	F	−1	−1	1.3375	352.00	503.422
15	E♯	11	6	1.3061	343.75	462.363
14	F♭	−8	−5	1.2800	336.87	427.373
13	E	4	2	1.2500	328.98	386.314
12	F♭♭	−15	−9	1.2250	322.39	351.324
11	D×	16	9	1.2207	321.27	345.255
10	E♭	−3	−2	1.1963	314.84	310.265
9	D♯	9	5	1.1682	307.46	269.206
8	E♭♭	−10	−6	1.1449	301.31	234.216
7	D	2	1	1.1180	294.25	193.157
6	C×	14	8	1.0918	287.35	152.098
5	D♭	−5	−3	1.0700	281.60	117.108
4	C♯	7	4	1.0449	275.00	76.049
3	D♭♭	−12	−7	1.0240	269.50	41.059
2	B×	19	11	1.0204	268.55	34.990
1	C	0	0	1.0000	263.18	0.000

ーブ下げると１オクターブよりも少し高い音が得られた。一方、中全音律では５度を上へ４回重ねて２オクターブ下げれば長３度が純正となるような音程を使って、ピタゴラス音律と同様の操作をすると、今度は１オクターブよりも少し低い音になる。そこで両者のあいだに存在する値であって、その音程を上に12回重ねて６オクターブ下げればちょうど１オクターブ上の音になるように定めたのが12等分平均律(以下、これを「平均律」とよぶ)である。すなわち、$e^{12}\times(1/2)^{6}=2$ を満たす $e=(2^{7})^{(1/12)}=2^{(7/12)}=1.498$（＝700セント）によってピタゴラス音律または中全音律と同じ操作を行うことになる。これによって得られたものをTable10に、それを音高順に並べ替えたものをTable11に示す。ここでの全音は200セント、全音階的半音と半音階的半音は等しくて100セントであり、２半音は全音と一致する。

全体的な特徴としては、純正からの逸脱が短３度では-15.641、長３度では＋13.686、４度では＋1.955、５度では-1.955、短６度では-13.686、長６度では＋15.641である。協和度に関して４度と５度は妥協範囲内であり、長短３度と長６度はピタゴラス音律よりも純正からの逸脱は少ないが、これらの和音の濁りをどう評価化するかは意見が分かれるところである。平均律は異名同音であり、長音階的半音と半音階的半音が同じで、かつ調性によって音高の変化も音程構成の違いもないため、現代のピアノのような１オクターブに白鍵７と黒鍵５の12鍵盤で24の長短調を一切の無理がなく、しかも容易に演奏することが出来る。

５．まとめ

古典音楽にどの音律を適用するかの基準の一つとしては、まず音楽史に準拠することが考えられる。グレゴリオ聖歌からルネッサンス期までのモノフォニーの時代はピタゴラス音律が中心であり、バロック期からからロマン派中期にかけては、旋律的な表現にはピタゴラス音律、また和声的な表現には純正律が指向されたが、純正律の実現が非常に困難な鍵盤楽器などでは中全音律や、その派生系であるウェル・テンペラメント(ヴェルクマイスターやクルンベルガーなど)が使用された。後期ロマン派以降は平均律が主流になったが、旋律性を重視すればピタゴラス音律に接近するか、協和性を求めて純正律に回帰する傾向も存在している。実際、現代のバイオリン奏者のなかには、独奏で旋律を歌わせるときはピタゴラス音律、ヴィオラやチェロなどと弦楽合奏するときは純正律、ピアノと共演するときは平均律というように、状況に応じて意識的あるいは無意識的に使い分けているという話もある。

もう一つの判断基準は、作曲された時代とは関係なく、その音楽作品の旋律的表現または和声的表現のどちらに注目するかである。すでに述べた通り旋律的ならばピタゴラス音律、和声的ならば純正律ということになるが、鍵盤楽器における折衷案は平均律か中全音律ということになる(ここではウェル・テンペラメントについては論じないでおく)。平均律については４度と５度に比べて３度系の響きが悪く、中全音律はその逆の傾向にある。ただ、平均律が３度系に弱いといっても、その響きの悪さの程度は楽器(正確にいえば波形のスペクトル構造)よって異なり、たとえばチェンバロのように奇数倍音の成分が相対的に優勢なときは、３度の濁りがより強調されて聞こえるという経験的事実もある。したがって、音楽心理学研究での音律の選択というのは、実に繊細な音楽的表現を前提にして決定さ

Table10　平均律の計算表

opration	note	x	y	ratio	freq.	cent
↓*1.498	A♯	10	5	1.7818	464.59	1000.000
↓*1.498	D♯	9	5	1.1892	310.07	300.000
↓*1.498	G♯	8	4	1.5874	413.90	800.000
↓*1.498	C♯	7	4	1.0595	276.25	100.000
↓*1.498	F♯	6	3	1.4142	368.74	600.000
↓*1.498	B	5	2	1.8877	492.21	1100.000
↓*1.498	E	4	2	1.2599	328.51	400.000
↓*1.498	A	3	1	1.6818	438.51	900.000
↓*1.498	D	2	1	1.1225	292.67	200.000
↓*1.498	G	1	0	1.4983	390.67	700.000
→*1.000	C	0	0	1.0000	261.63	0.000
↑/1.498	F	−1	−1	1.3348	348.05	500.000
↑/1.498	B♭	−2	−2	1.7818	464.59	1000.000
↑/1.498	E♭	−3	−2	1.1892	310.07	300.000
↑/1.498	A♭	−4	−3	1.5874	413.90	800.000
↑/1.498	D♭	−5	−3	1.0595	276.25	100.000
↑/1.498	G♭	−6	−4	1.4142	368.74	600.000

注：1.498 → 1.49830707687668； ratio = (1.498...)^x * (1/2)^y

Table11　平均律表

ID	note	x	y	ratio	freq.	cent
12	B	5	2	1.8877	492.21	1100.000
11	B♭	−2	−2	1.7818	464.59	1000.000
	A♯	10	5			
10	A	3	1	1.6818	438.51	900.000
9	A♭	−4	−3	1.5874	413.90	800.000
	G♯	8	4			
8	G	1	0	1.4983	390.67	700.000
7	G♭	−6	−4	1.4142	368.74	600.000
	F♯	6	3			
6	F	−1	−1	1.3348	348.05	500.000
5	E	4	2	1.2599	328.51	400.000
4	E♭	−3	−2	1.1892	310.07	300.000
	D♯	9	5			
3	D	2	1	1.1225	292.67	200.000
2	D♭	−5	−3	1.0595	276.25	100.000
	C♯	7	4			
1	C	0	0	1.0000	261.63	0.000

Table12　移動によるピタゴラス音律と中全音律おける各調の使用音名一覧表

	P / M	do	re-♭ / do-♯	do-♯ / re-♭	re	mi-♭ / re-♯	re-♯ / mi-♭	mi	fa	so-♭ / fa-♯	fa-♯ / so-♭	so	la-♭ / so-♯	so-♯ / la-♭	la	si-♭ / la-♯	la-♯ / si-♭	si
C major / A minor	P	C	D♭	C♯	D	E♭	D♯	E	F	G♭	F♯	G	A♭	G♯	A	B♭	A♯	B
	M		C♯	D♭		D♯	E♭			F♯	G♭		G♯	A♭		A♯	B♭	
G major / E minor	P	G	A♭	G♯	A	B♭	A♯	B	C	D♭	C♯	D	E♭	D♯	E	F	E♯	F♯
	M		G♯	A♭		A♯	B♭			C♯	D♭		D♯	E♭		E♯	F	
D major / B minor	P	D	E♭	D♯	E	F	E♯	F♯	G	A♭	G♯	A	B♭	A♯	B	C	B♯	C♯
	M		D♯	E♭		E♯	F			G♯	A♭		A♯	B♭		B♯	C	
A major / F♯ minor	P	A	B♭	A♯	B	C	B♯	C♯	D	E♭	D♯	E	F	E♯	F♯	G	F×	G♯
	M		A♯	B♭		B♯	C			D♯	E♭		E♯	F		F×	G	
E major / C♯ minor	P	E	F	E♯	F♯	G	F×	G♯	A	B♭	A♯	B	C	B♯	C♯	D	C×	D♯
	M		E♯	F		F×	G			A♯	B♭		B♯	C		C×	D	
B major / G♯ minor	P	B	C	B♯	C♯	D	C×	D♯	E	F	E♯	F♯	G	F×	G♯	A	G×	A♯
	M		B♯	C		C×	D			E♯	F		F×	G		G×	A	
F♯ major / D♯ minor	P	F♯	G	F×	G♯	A	G×	A♯	B	C	B♯	C♯	D	C×	D♯	E	D×	E♯
	M		F×	G		G×	A			B♯	C		C×	D		D×	E	
C♯ major / A♯ minor	P	C♯	D	C×	D♯	E	D×	E♯	F♯	G	F×	G♯	A	G×	A♯	B	G×	B♯
	M		C×	D		D×	E			F×	G		G×	A		G×	B	
F major / D minor	P	F	G♭	F♯	G	A♭	G♯	A	B♭	C♭	B	C	D♭	C♯	D	E♭	D♯	E
	M		F♯	G♭		G♯	A♭			B	C♭		C♯	D♭		D♯	E♭	
B♭ major / G minor	P	B♭	C♭	B	C	D♭	C♯	D	E♭	F♭	E	F	G♭	F♯	G	A♭	G♯	A
	M		B	C♭		C♯	D♭			E	F♭		F♯	G♭		G♯	A♭	
E♭ major / C minor	P	E♭	F♭	E	F	G♭	F♯	G	A♭	B𝄫	A	B♭	C♭	B	C	D♭	C♯	D
	M		E	F♭		F♯	G♭			A	B𝄫		B	C♭		C♯	D♭	
A♭ major / F minor	P	A♭	B𝄫	A	B♭	C♭	B	C	D♭	E𝄫	D	E♭	F♭	E	F	G♭	F♯	G
	M		A	B𝄫		B	C♭			D	E𝄫		E	F♭		F♯	G♭	
D♭ major / B♭ minor	P	D♭	E𝄫	D	E♭	F♭	E	F	G♭	A𝄫	G	A♭	B𝄫	A	B♭	C♭	B	C
	M		D	E𝄫		E	F♭			G	A𝄫		A	B𝄫		B	C♭	
G♭ major / E♭ minor	P	G♭	A𝄫	G	A♭	B𝄫	A	B♭	C♭	D𝄫	C	D♭	E𝄫	D	E♭	F♭	E	F
	M		G	A𝄫		A	B𝄫			C	D𝄫		D	E𝄫		E	F♭	
C♭ major / A♭ minor	P	C♭	D𝄫	C	D♭	E𝄫	D	E♭	F♭	G𝄫	F	G♭	A𝄫	G	A♭	B𝄫	A	B♭
	M		C	D𝄫		D	E𝄫			F	G𝄫		G	A𝄫		A	B𝄫	

注：P → ピタゴラス音律； M → 中全音律； so → sol； 網掛けした階名は異名同音扱い時に選択

れねばならないのである。

最後にピタゴラス音律と中全音律に関して、実際に研究を行うとき、音系列刺激の作成に有益な各調ごとの使用音の一覧を、移動ドによる完全な形でTable12に示しておく。これは平均律における長短24の調性に関するものを前提にしているが、平均律では異名同音とされているものを異名異音としたため、長短30の調性となっている。ここで問題となるのが臨時記号の扱いであるが、まず注意しておきたいのは、Table12で示したものはTable 3およびTable 7において、主音（基準音）の周波数を変更して作成出来るものとは異なるという点である。逆にいえば、Table12を使ってTable 3またはTable 7に相当する音律を作るときは、le-mi間およびla-si間の半音は上の音のフラット音を、それ以外では下の音のシャープ音を選択せねばならない。

また、ピタゴラス音律や中全音律のことを考慮しないで書かれた音楽を、もっと極端にいえば平均律ピアノのために書かれた現代曲を、これらの古典音律で演奏しようとする場合、臨時記号をもつ音に異名異音のどちらを割り当てるかについては、それなりの音楽的判断が不可欠である。ポリフォニー的な音楽では、どちらの方が望ましい響きになるか、また和声（コード）進行を前提とした音楽については、どちらが和音の構成音なのかなどが選択の基準となる。また、旋律を強調したいときは、どちらかといえば直前の音との音程が広くなる方が望ましい傾向にある。いずれにせよ、音楽心理学研究において古典調律を利用する際には、単に周波数を音律と一致させるだけでなく、音楽性に裏付けされた価値判断が不可欠であることを最後に強調しておきたい。

参考文献

海老澤敏ほか監修 2002. 新編 音楽中辞典、音楽之友社。

藤枝 守 2007. 増補 響きの考古学 音律の世界史からの冒険［平凡社ライブラリー 603］、平凡社。

平島達司 1987. ゼロ・ビートの再発見－「平均律」への疑問と「古典音律」をめぐって 増補版第2版、東京音楽社. 2004 同書「復刻版」、ショパン。

平島達司 1990. ゼロ・ビートの再発見 技法編―「古典音律」の解釈と実践のテクニック 第3版、東京音楽社. 2004 同書「復刻版」、ショパン。

小島英幸 1996. 音階入門、音楽之友社。

黒沢隆朝 1978. 音階の発生よりみた音楽起源論―黒沢学説、音楽之友社。

溝部國光 1984. 正しい音階 音楽音響学、日本楽譜出版社。

小方 厚 2007. 音律と音階の科学 ドレミ…はどのようにして生まれたか［ブルーバックス B-1567］、講談社。

大塚正元 2003. 楽譜の数学、早稲田出版。

Pierce, J. R. 1983. *The science of musical sound*, Scientific American Books. 村上陽一郎訳 1989. 音楽の科学 クラシックからコンピューター音楽まで, 日経サイエンス社。

Roederer, J. G. 1979. *Introduction to the Physics and Psychophysics of Music*, Springer-Verlag New York Inc. 高野光司・安藤四一共訳 1981. 音楽の科学［音楽の物理学、精神物理学入門］、音楽之友社。

遠山一行ほか編集顧問 2008. 新訂 標準音楽辞典 第二版、音楽之友社。

梅本堯夫1966. 音楽心理学、誠信書房。

Wood, A.（Revised by J. M. Bowsher）1962. *The physics of music*, Greenwood Press. 石井信生訳 1976. 音楽の物理学、音楽之友社。